

4.2. Функция на разпределение и вероятност на интервал

2) Таблица за площите под нормалната крива

1. а) (0;1,2)

На числото $z = 1,2$ в таблицата съответства площ 0,3849.

$$P(0 < X < 1,2) = 0,3849.$$

б) (1,24; +∞)

На числото $z = 1,24$ в таблицата съответства площ 0,3925.

$$P(1,24 < X < \infty) = 0,5 - 0,3925 = 0,1075.$$

в) (1,3;2,5)

На числото $z = 2,5$ в таблицата съответства площ 0,4938.

На числото $z = 1,3$ в таблицата съответства площ 0,4032.

$$P(1,3 < X < 2,5) = 0,4938 - 0,4032 = 0,0906.$$

г) (-∞;-2,45)

На числото $z = 2,45$ в таблицата съответства площ 0,4929.

$$P(-\infty < X < -2,45) = P(2,45 < X < \infty) = 0,5 - 0,4929 = 0,0071.$$

д) (-2,72;0)

На числото $z = 2,72$ в таблицата съответства площ 0,4967.

$$P(-2,72 < X < 0) = P(0 < X < 2,72) = 0,4967.$$

е) (-2;-1,65)

На числото $z = 2$ в таблицата съответства площ 0,4772.

На числото $z = 1,65$ в таблицата съответства площ 0,4505.

$$P(-2 < X < -1,65) = P(1,65 < X < 2) = 0,4772 - 0,4505 = 0,0267.$$

ж) (-2,93;1,54).

На числото $z = 2,93$ в таблицата съответства площ 0,4983.

На числото $z = 1,54$ в таблицата съответства площ 0,4382.

$$P(-2,93 < X < 0) = P(0 < X < 2,93) = 0,4983$$

$$P(0 < X < 1,54) = 0,4382$$

$$P(-2,93 < X < 1,54) = P(-2,93 < X < 0) + P(0 < X < 1,54) = 0,4983 + 0,4382 = 0,9365.$$

4.3. Основни свойства на нормалното разпределение

3. Имаме $a = 60$. Дисперсията е $25 \Rightarrow$ стандартното отклонение $\sigma = 5$.

а) по-малко от 50 точки

Трансформираме стойността 50 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{50-60}{5} = -2$.

На +2 в таблицата съответства площ 0,4772.

За да намерим търсената площ (вероятност), от 0,5 изваждаме 0,4772. Получаваме $0,5 - 0,4772 = 0,0228$.

Следователно вероятността случайно избран ученик да има по-малко от 50 точки на теста е 0,0228.

б) повече от 70 точки

Трансформираме стойността 70 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{70-60}{5} = 2$.

На 2 в таблицата съответства площ 0,4772.

За да намерим търсената площ (вероятност), от 0,5 изваждаме 0,4772. Получаваме $0,5 - 0,4772 = 0,0228$.

Следователно вероятността случайно избран ученик да има повече от 70 точки на теста е 0,0228.

в) повече от 40 точки

Трансформираме стойността 40 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{40-60}{5} = -4$.

На +4 в таблицата съответства площ 0,4999.

За да намерим търсената площ (вероятност), към 0,4999 прибавяме 0,5. Получаваме $0,4999 + 0,5 = 0,9999$.

Следователно вероятността случайно избран ученик да има повече от 40 точки на теста е 0,9999.

г) между 50 и 70 точки

Трансформираме стойността 50 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{50-60}{5} = -2$.

Трансформираме стойността 70 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{70-60}{5} = 2$.

На 2 в таблицата съответства площ 0,4772.

За да намерим търсената площ (вероятност), събираме числата 0,4772 и 0,4772. Получаваме $2 \cdot 0,4772 = 0,9544$.

Следователно вероятността случайно избран ученик да има между 50 и 70 точки е 0,9544.

д) между 60 и 70 точки

Тъй като 60 е средната, то на стойността 60 съответства z стойност 0.

Трансформираме стойността 70 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{70-60}{5} = 2$.

На 2 в таблицата съответства площ 0,4772.

Следователно вероятността случайно избран ученик да има между 60 и 70 точки е 0,4772.

4. Имаме $a = 50$ и $\sigma = 12$.

Трансформираме стойността 40 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{40-50}{12} = -0,83$.

На $+0,83$ в таблицата съответства площ $0,2967$.

Трансформираме стойността 55 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{55-50}{12} = 0,42$.

На $0,42$ в таблицата съответства площ $0,1628$.

За да намерим търсената площ (вероятност), събираме числата $0,2967$ и $0,1628$. Получаваме $0,2967 + 0,1628 = 0,4595$.

\Rightarrow Вероятността произволно избран от заетите в производството да е между 40 и 55 години е $0,4505$.

5. Имаме $a = 1400$, $\sigma = 150$.

а) вероятността от един декар да се получи добив от 1100 до 1500 kg;

Трансформираме стойността 1500 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{1500-1400}{150} = 0,67$.

На $0,67$ в таблицата съответства площ $0,2486$.

Трансформираме стойността 1100 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{1100-1400}{150} = -2$.

На $+2$ в таблицата съответства площ $0,4772$.

\Rightarrow вероятността от един декар да се получи добив от 1100 до 1500 kg е $0,4772 + 0,2486 = 0,7258$.

б) вероятността от един декар да се получи добив по-голям от 1600 kg.

Трансформираме стойността 1600 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{1600-1400}{150} = 1,33$.

На $1,33$ в таблицата съответства площ $0,4082$.

\Rightarrow вероятността от един декар да се получи добив по-голям от 1600 kg е $0,5 - 0,4082 = 0,0918$.

6. Имаме $a = 70$, $\sigma = 20$.

а) между 50 min и 100 min;

Трансформираме стойността 50 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{50-70}{20} = -1$.

На $+1$ в таблицата съответства площ $0,3413$.

Трансформираме стойността 100 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{100-70}{20} = 1,5$.

На $1,5$ в таблицата съответства площ $0,4332$.

\Rightarrow вероятността разговорите за един ден на един анкетиран да бъдат между 50 до 100 min е $0,3413 + 0,4332 = 0,7745$.

Модул IV. Вероятности и анализ на данни – РЕШЕНИЯ

б) повече от 120 min.

Трансформираме стойността 120 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{120-70}{20} = 2,5$.

На 2,5 в таблицата съответства площ 0,4938.

\Rightarrow вероятността разговорите за един ден на един анкетиран да бъдат повече от 120 min е $0,5 - 0,4938 = 0,0062$.

7. Имаме $a = 1,5$, $\sigma = 0,4$.

а) да консумира грах между 1 kg и 1,7 kg;

Трансформираме стойността 1 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{1-1,5}{0,4} = -1,25$.

На +1,25 в таблицата съответства площ 0,3944.

Трансформираме стойността 1,7 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{1,7-1,5}{0,4} = 0,5$.

На 0,5 в таблицата съответства площ 0,1915.

\Rightarrow вероятността произволно избрано домакинство да консумира грах между 1 kg и 1,7 kg е $0,3944 + 0,1915 = 0,5859$

б) да консумира повече от 2 kg грах ;

Трансформираме стойността 2 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{2-1,5}{0,4} = 1,25$.

На 1,25 в таблицата съответства площ 0,3944.

\Rightarrow вероятността произволно избрано домакинство да консумира повече от 2 kg грах е $0,5 - 0,3944 = 0,1056$.

в) да консумира по-малко от 1,8 kg грах.

Трансформираме стойността 1,87 в z стойност $z = \frac{x-a}{\sigma} = \frac{1,8-1,5}{0,4} = 0,75$.

На 0,75 в таблицата съответства площ 0,2734.

\Rightarrow вероятността произволно избрано домакинство да консумира по-малко от 1,8 kg грах е $0,5 + 0,2734 = 0,7734$.

8. а) 0,4406

На площ 0,4406 съответства z стойност 1,56.

б) 0,2190;

На площ 0,2190 съответства z стойност 0,58.

в) 0,475;

На площ 0,475 съответства z стойност 1,96.

г) 0,499.

На площ 0,499 съответства z стойност 3,08.

9. а) 0,05;

Площта в интервала $(0, z)$ е $0,5 - 0,05 = 0,45$.

На площ 0,45 съответства z стойност 1,64.

б) 0,025;

Площта в интервала $(0, z)$ е $0,5 - 0,025 = 0,475$.

На площ 0,475 съответства z стойност 1,96.

в) 0,02.

Площта в интервала $(0, z)$ е $0,5 - 0,02 = 0,48$.

На площ 0,48 съответства z стойност 2,05.

10. а) 0,95;

Площта в интервала $(0, z)$ е $0,95 : 2 = 0,475$.

На площ 0,475 съответства z стойност 1,96.

б) 0,989;

Площта в интервала $(0, z)$ е $0,989 : 2 = 0,4945$.

На площ 0,4945 съответства z стойност 2,54.

в) 0,8664.

Площта в интервала $(0, z)$ е $0,8664 : 2 = 0,4332$.

На площ 0,4332 съответства z стойност 1,5.