

### Проект № 5

#### Граница на функция при неограничено нарастване на аргумента

Последователно по колони отговорите са:

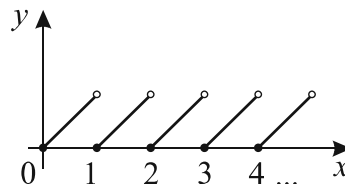
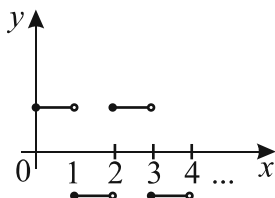
г, д, а, ж, з, н, в, б, и, е.

### Проект № 6

#### Непрекъснатост

1. Ограничените функции са  $B$  и  $C$ .
2. Функцията от  $A$  е прекъсната за всяко естествено число.
3. Няма непрекъснати при  $x = 4$ .
4. Непрекъснати за всяко нечетно число са  $B$  и  $C$ .

5. Например:



### Проект № 7

#### Една по-различна функция

Функцията

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ако } x \text{ е рационално число} \\ 0, & \text{ако } x \text{ е ирационално число} \end{cases}$$

се нарича функция на Дирихле.

Функцията на Дирихле е прекъсната във всяка точка.

**Доказателство.**

Нека  $x_0$  е рационално число  $\Rightarrow f(x_0) = 1$ .

Нека редицата  $z_1, z_2, \dots, z_n, \dots \rightarrow x_0$  и  $z_i, i = 1, 2, \dots$  са ирационални числа

$\Rightarrow f(z_n) = 0$  за всяко  $n$  и следователно границата на редицата е  $0 \neq f(x_0) = 1$ .

Следователно функцията е прекъсната в рационалните точки.

Нека  $z_0$  е ирационално число  $\Rightarrow f(z_0) = 0$ .

Нека редицата  $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots \rightarrow z_0$  и  $x_i, i = 1, 2, \dots$  са рационални числа

$\Rightarrow f(x_n) = 1$  за всяко  $n$  и следователно границата на редицата е  $1 \neq f(z_0) = 0$ .

Следователно функцията е прекъсната в ирационалните точки.

Следователно функцията на Дирихле е прекъсната във всяка точка.