Проект № 6
Окръжност

Например център $3,\ 4$, радиус 5; център $5,\ 12$, радиус 13; център $-4,\ -3$, радиус 5.

Проект № 7
Хипербола – графика и коефициенти

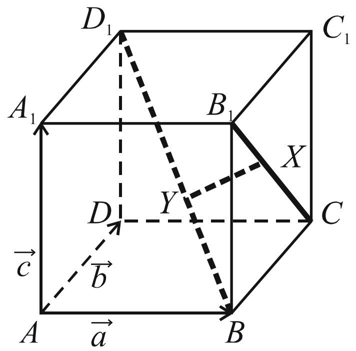
1. С проверка установяваме, че точка $(\frac{1}{2}, 0)$ от (1) лежи на **Б)**; точка $(1,\ 0)$ от (2) лежи на **А)**; точка $(2,\ 0)$ от (3) лежи на **В)**.

2. Проверяваме стойностите на y например при $x = 2$. За **А)** $(2, \pm\sqrt{3})$, за **Б)** $(2, \pm\frac{\sqrt{3}}{2})$, за **В)** $(2, \pm 3\sqrt{3})$. Тъй като $\frac{\sqrt{3}}{2} < \sqrt{3} < 3\sqrt{3}$, то на **Б)** съответства (3), на **А)** съответства (2), на **В)** съответства (1).

Проект № 9

Векторен метод за намиране на разстоянието между две кръстосани прави

Решение на задача 2 условие г) с векторния метод.



Ще намерим $d(CB_1, BD_1)$.

Нека ръбът на куба е m и XY .е търсеното разстояние.

1) Избираме ортогонална пространствена база $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$ и определяме скаларните произведения на базисните вектори, които са 0 или m^2 (скаларните квадрати).

2) Изразяваме векторите $\overrightarrow{CB_1}$ и $\overrightarrow{BD_1}$ чрез базата:

$\overrightarrow{CB_1} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BB_1} = -\vec{b} + \vec{c}$.

$\overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1D_1} = -\vec{a} + \vec{c} + \vec{b} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

3) Изразяваме $\overrightarrow{XY}$ чрез базата.

$\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{XC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BY}$.

Тъй като $\overrightarrow{XC}$ е колинеарен с $\overrightarrow{CB_1}$, то съществува единствено число x, така че $\overrightarrow{XC} = x\overrightarrow{CB_1}$. Тъй като $\overrightarrow{BY}$ е колинеарен с $\overrightarrow{BD_1}$, то съществува единствено число y, така че $\overrightarrow{BY} = y\overrightarrow{BD_1}$.

За $\overrightarrow{XY}$ получаваме:

$\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{XC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BY} = x\overrightarrow{CB_1} - \vec{b} + y\overrightarrow{BD_1} = x(-\vec{b} + \vec{c}) - \vec{b} + y(-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) =$

$= -y\vec{a} + (-x + y - 1)\vec{b} + (x + y)\vec{c}$.

4) Числата x и y намираме, от системата, която изразява, че $XY \perp CB_1$ и $XY \perp BD_1$:

$$\left| \begin{array}{l} \overrightarrow{XY}\,\overrightarrow{CB_1} = 0 \\ \overrightarrow{XY}\,\overrightarrow{BD_1} = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\left| \begin{array}{l} \left(-y\vec{a} + (-x+y-1)\vec{b} + (x+y)\vec{c}\right)(-\vec{b} + \vec{c}) = 0 \\ \left(-y\vec{a} + (-x+y-1)\vec{b} + (x+y)\vec{c}\right)(-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} (x-y+1)\vec{b}^{\,2} + (x+y)\vec{c}^{\,2} = 0 \\ y\vec{a}^{\,2} + (-x+y-1)\vec{b}^{\,2} + (x+y)\vec{c}^{\,2} = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\left| \begin{array}{l} (x-y+1)m^2 + (x+y)m^2 = 0 \\ ym^2 + (-x+y-1)m^2 + (x+y)m^2 = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2x = -1 \\ 3y = 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2},\ y = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{XY} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{6}\vec{c} \Rightarrow |\overrightarrow{XY}| = \sqrt{\overrightarrow{XY}^{\,2}} = \sqrt{\frac{m^2}{9} + \frac{m^2}{36} + \frac{m^2}{36}} = \frac{m\sqrt{6}}{6}. \ \blacktriangle$$